Capítulo V
Programa de análisis de respuesta sísmica del terreno

Las condiciones de sitio local tienen mucha importancia en todas las características del movimiento fuerte del terreno, como lo son –amplitud, contenido de frecuencias, y duración–. La extensión de esta influencia depende de la geometría y propiedades del material del subsuelo, de la topografía del sitio, y de las características del movimiento de entrada. Actualmente los efectos de sitio local han sido evaluados por diferentes métodos: análisis teórico de respuesta del terreno; mediante instrumentación midiendo los movimientos del subsuelo en algún sitio determinado; o mediante mediciones del movimiento de la superficie del terreno en sitios con diferentes condiciones de subsuelo. La base para un estudio de amplificación puede ser ilustrado analíticamente usando un análisis teórico simplificado de respuesta sísmica del terreno como el que utiliza el programa SHAKE. Sin embargo el principio básico y el modelo matemático que utiliza este programa idealiza algunas de las condiciones reales que se han determinado en sitios de estudios. El modelo de suelo que propone el programa es una sucesión de capas horizontales semi-infinitas, sobre un semi-espacio elástico de profundidad infinita. La perturbación o exitación de las capas debido a un sismo se considera debido al efecto de la propagación de ondas cortantes que se propagan verticalmente desde la base rocosa del depósito hasta la superficie, pero sin considerar el efecto de las ondas superficiales Rayleigh y Love.

El algoritmo que utiliza el SHAKE es una solución iterativa de la ecuación de onda, adaptada para considerar movimientos transitorios, a través de la Transformada de Fourier.

5.1 Limitaciones que presenta el programa SHAKE (NORAD-CEPREDENAC, 1997)

- Considera sólamente la variación de las propiedades del suelo con la profundidad (unidimensional), pues supone que los estratos son horizontales e infinitos.
- Pueden haber diferencias de las propiedades dinámicas del suelo para arenas y arcillas respecto al nivel de deformación para los suelos de Costa Rica en comparación con los que utiliza el programa para otros países.
- Mediante el programa no es posible considerar la modificación de la señal sísmica que producen las condiciones topográficas (bordes de valles, pendientes, cañones, etc) o estructuras geológicas como anticlinales, sinclinales, monoclinales, etc.
- El programa permite el análisis sólo para frecuencias bajas, pues para frecuencias de más de 10 Hz produce sobreamortiguamiento.
- Los sismos de entrada no pueden tener valores muy altos de aceleración pues el programa no interpreta correctamente altos niveles de deformación. Son aceptables valores picos de aceleración cercanos a 20%g.
- Se pueden presentar problemas para perfiles de suelo en los que la rigidez no aumente con la profundidad, por ejemplo cuando hay capas o lentes de un suelo muy blando bajo uno muy rígido. En estos casos, el SHAKE puede dar valores de desamplificación incorrectos.

- El programa genera un movimiento de salida con la misma duración que el movimiento de entrada, pues no es capaz de modelar el incremento de la duración del evento producido por la respuesta dinámica del suelo (amplificación de la duración).
- El programa acepta acelerogramas de entrada de 4096 puntos o menos. Es posible que halla pérdida de valores máximos de aceleración cuando se aumente el intervalo de lectura de 0.005 a 0.01 o 0.02 segundos en sismos de muy larga duración .

5.2 Modelo matemático del SHAKE

Schnabel, Lysmer & Seed (1972) utilizan el método donde la señal sísmica superficial se debe a la propagación vertical de ondas cortantes de la base rocosa.

Supongamos un depósito de suelo de "N" capas, como se muestra en la fig. 5.1, cada una compuesta por un material visco-elástico lineal de propiedades conocidas, módulo cortante G, densidad ρ y amortiguamiento β.

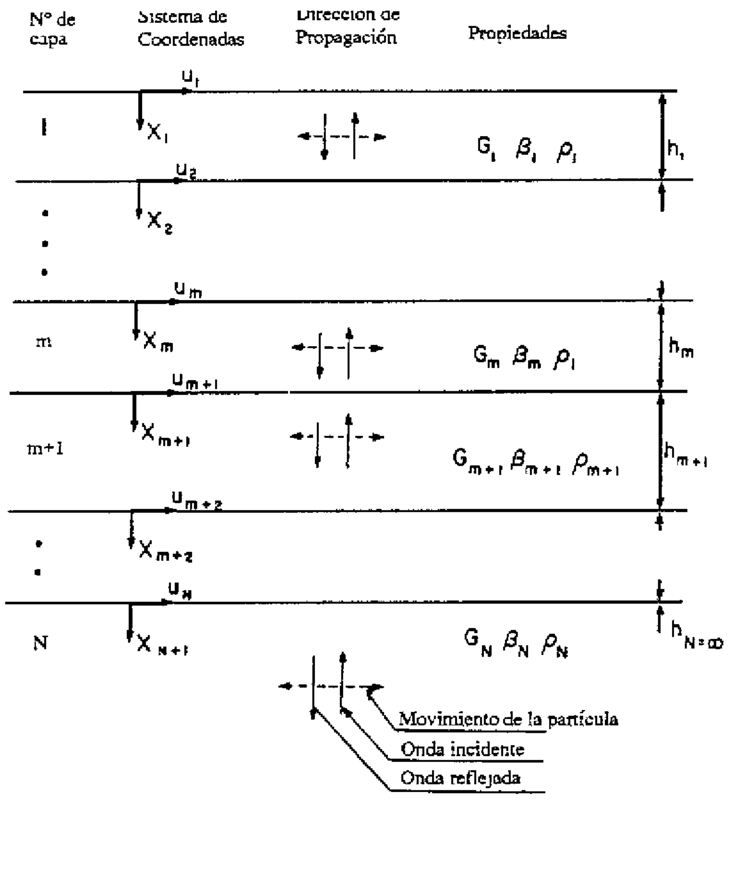

Fig 5.1: Esquema del Modelo Unidimensional de Propagación de Ondas Cortantes (Schnabel, Lysmer & Bolton, 1972).

La ecuación de movimiento de la onda se obtiene del equilibrio dinámico de un volumen unitario de suelo y se expresa como:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t}$$

donde u(x,t): es el desplazamiento vertical
G: módulo cortante
η: coeficiente de viscosidad

Si la columna de suelo está sujeta a movimiento armónico simple de frecuencia angular, los desplazamientos u(x,t) se expresan como:

$$U(x,t) = u(x)e^{(i\omega t)}$$

Derivando de esta última expresión y sustituyendo en la ecuación diferencial de movimiento, se obtiene:

$$\left(G + i\omega\eta\right)\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \rho\omega^2 U$$

La solución general es:

$$U(x) = Ee^{ikx} + Fe^{-ikx}$$

donde k es un número complejo de onda,

$$k^2 = \frac{\rho\omega^2}{G + i\omega\eta} = \frac{\rho\omega^2}{G^*}$$

donde G^* es igual al módulo complejo de cortante.

Clough & Penzien (1973) consideran un sistema de un grado de libertad, vibrando con una frecuencia natural ω_1 y expresan el coeficiente de amortiguamiento η como:

$$\eta = 2m\omega_1\beta$$
$$\omega\eta = 2m(\omega_1)^2\beta$$

$$m\omega^2 = G \text{ (Módulo de Rigidez Cortante)}$$

En la solución del movimiento para desplazamientos armónicos, el término G^*, módulo complejo de cortante, se expresaría como:

$$G^* = G + i\omega\eta$$
$$G^* = G(1 + i2\beta)$$

$$2\beta = \text{amortiguamiento histerético lineal}$$

incorporando la primera ecuación en la segunda, obtenemos:

$$u(x,t) = Ee^{i(kx + \omega t)} + Fe^{-i(kx + \omega t)}$$

El primer término representa la onda incidente viajando en la dirección negativa x (hacia arriba) y el segundo término la onda reflejada viajando el la dirección positiva x (hacia abajo)(fig.5.1)

Si aplicamos la ecuación anterior a cada una de las capas, estableciendo un sistema local de coordenadas (U_m, x_m), los desplazamientos en la frontera superior de la capa ($x_m = 0$) y la frontera inferior ($x_m = h_m$) vendrían dados por:

$$u_m(x = 0) = (E_m + F_m)e^{i\omega t}$$

$$u_m(x = h_m) = (E_m e^{ik_m h_m} + F_m e^{-ik_m h_m})e^{i\omega t}$$

Equilibrando las fuerzas de corte y de inercia en la dirección u se obtiene:

$$\tau = G\frac{\partial u}{\partial x} + \eta\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}$$

Los esfuerzos cortantes en las fronteras superior e inferior de la capa "m" serían:

$$\tau_m(x=0) = ik_m G^*(E_m - F_m)e^{i\omega t}$$

$$\tau_m(x=h_m) = ik_m G_m^* (E_m e^{ik_m h_m} - F_m e^{-ik_m h_m})e^{i\omega t}$$

Consideremos la continuidad de los esfuerzos y las deformaciones en cualquier frontera, tenemos que:

$$U_m(x=h_m) = U_{m+1}(x=0)$$

$$\tau_m(x=h_m) = \tau_{m+1}(x=0)$$

sustituyendo y ordenando términos, obtenemos:

$$E_{m+1} + F_{m+1} = E_m e^{ik_m h_m} + F_m e^{-ik_m h_m}$$

$$E_{m+1} - F_{m+1} = \frac{k_m G_m^*}{k_{m+1} G_{m+1}^*}(E_m e^{ik_m h_m} - F_m e^{-ik_m h_m})$$

Con fórmulas de regresión se obtiene:

$$E_{m+1} = \frac{1}{2}E_m(1+\alpha_m)e^{ik_m h_m} + \frac{1}{2}F_m(1-\alpha_m)e^{-ik_m h_m}$$

Donde α_m representa la Razón Compleja de Impedancia, independiente de la frecuencia;

$$\alpha_m = \frac{k_m G_m^*}{k_{m+1} G_{m+1}^*} = \left(\frac{\rho_m G_m^*}{\rho_{m+1} G_{m+1}^*}\right)^{\frac{1}{2}}$$

En la superficie del depósito, los esfuerzos cortantes serán iguales a cero,

$$\tau_1 \text{ y } X_1 = 0$$

Por consiguiente la amplitud de la onda incidente es igual a la amplitud de la onda reflejada en la superficie libre,

$$E_1 = F_1$$

Entonces podríamos expresar las amplitudes de la onda en cualquier capa "m", incidente y reflejada, en función de las amplitudes de la capa i, utilizando las fórmulas de recursión, estas se convertirán en Funciones de Transferencia, expresadas en términos de las amplitudes de la onda incidente y reflejada en cualquier capa "m":

$$E_m = e_m(\omega)\ E_1 \quad \text{(i)}$$

$$F_m = f_m(\omega)\ F_1 \quad \text{(ii)}$$

e_m y f_m son funciones de transferencia

Para desplazamientos en el nivel "n" y "m"

$$A_{n.m}(\omega) = U_m / U_n$$

Combinando i e ii se obtiene:

$$A_{(n,m)}(\omega) = \frac{e_m(\omega) + f_m(\omega)}{e_n(\omega) + f_n(\omega)}$$

La ecuación anterior permite conocer el movimiento en una capa específica, si se conoce el movimiento desarrollado en cualquier otra capa del depósito, por eso se le llama Función de Transferencia o Función de Amplificación, ésta es una función de tipo espectral dependiente de la frecuencia (ω) por lo que también se le llama Espectro de Amplificación.

Para conocer las aceleraciones y deformaciones en dicha capa:

$$\ddot{u}(x,t)=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=-\omega^2\left(Ee^{i(kx+\omega t)}+Fe^{-i(kx-\omega t)}\right)$$

$$\varepsilon=\frac{\partial u}{\partial x}=ik\left(Ee^{i(kx+\omega t)}-Fe^{-i(kx-\omega t)}\right)$$

5.3 El efecto de las propiedades del semi-espacio elástico

En la fig 5.2a se muestra un depósito de suelo completo, mientras que en la fig 5.2b la capa m es la expuesta y en la fig 5.2c no hay capas por encima de ellas.

La amplitud de la onda incidente en el espacio elástico, es independiente de la presencia del depósito de suelo, debido a que la onda reflejada se absorve totalmente en dicho semi-espacio, la onda reflejada no es la misma en los tres casos, así también los desplazamientos a esa interfase serán diferentes.

Para el caso 5.2c en una superficie los esfuerzos cortantes son iguales a cero y la amplitud de la onda reflejada $E_n = F_n$, por lo que la amplitud total de la superficie es $2E_n$.

En la fig 5.2a los desplazamientos en la superficie correspondiente dependen de la amplitud de la onda reflejada, ya que la incidente es igual a todos los depósitos de suelos mostrados. Como se indicó anteriormente la Función de Transferencia entre estos dos movimientos mostraría el efecto que tendría el depósito de suelo en el movimiento desarrollado en la base de la roca, al compararlo con el movimiento obtenido, si el lecho de roca se encontrase expuesto en la superficie.

Esta función esta dada por:

$$A_{N',N}(\omega)=\frac{U_N}{U_{N'}}=\frac{e_N(\omega)f_N(\omega)}{2e_N(\omega)}$$

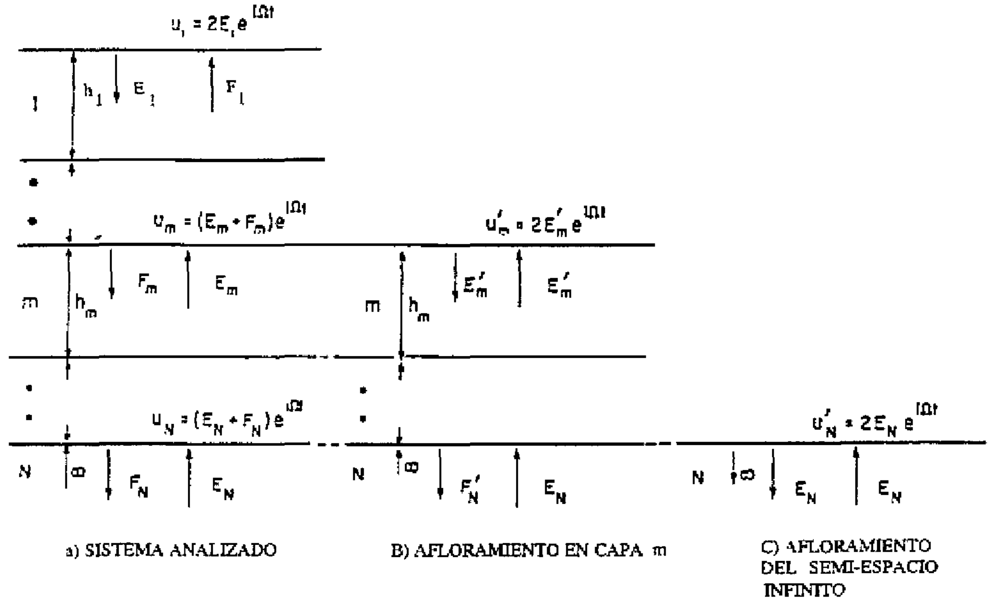

Fig. 5.2: Modelo Unidimensional con distintas condiciones de frontera (Schnabel, Lysmer & Bolton, 1972)

5.4 Transformada de Fourier

Para aplicar la transformada al registro de aceleraciones de un terremoto, tenemos que suponer que todo el registro es una función periódica igual a la duración total del registro.

La transformada de Fourier es una función dependiente del tiempo, h(t), se escribe como:

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega t}\, dt$$

El espectro de amplitud de Fourier se expresa como el módulo de H(ω):

$$|H(\omega)| = \left|\sqrt{R(\omega)^2 + (\omega)^2}\right|$$

Para pasar la función H(ω) al dominio del tiempo:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{i\omega t}\, dt$$

La componente armónica $H(\omega)e^{i\omega t}$ en el estrato N es amplificada en la capa m por $A_{(m/n)}(\omega)$ y resulta:

$$H_m(\omega)e^{i\omega t} = A_{m/n}(\omega)H(\omega)e^{i\omega t}$$

Esta es la componente armónica del movimiento desarrollado en la capa m con la frecuencia ω.

Para determinar el nuevo acelerograma h(t) en el techo de la capa m se superponen todos los componentes armónicos con respecto a todas las frecuencias.

$$h_m(t) = \int_{\infty}^{\infty} H_m(\omega)e^{i\omega t}\, d\omega$$

$$h_m(t) = \int_{\infty}^{\infty} A_{m/n}(\omega)H(\omega)e^{i\omega t}\, d\omega$$

5.5 Comportamiento no lineal del suelo

La solución en el dominio de la frecuencia de la respuesta del suelo, lleva implícito el principio de superposición, válido si los materiales que forman el depósito de suelo son de tipo elástico lineal. Se ha comprobado que el comportamiento del suelo es no lineal, como se puede ver de las curvas de esfuerzo-deformación de estos materiales.

Los parámetros que determinan las principales características de propagación de las ondas en el terreno son el módulo de cortante G, relacionado con la velocidad de la onda cortante y el amortiguamiento con el mecanismo de atenuación que experimenta el suelo. Es por eso que el análisis no lineal requiere de las representaciones histeréticas de esfuerzo-deformación.

Para el problema de incorporar el comportamiento no lineal del suelo, se ha resuelto de dos maneras:

- Método Lineal Equivalente
- Solución "exacta" al problema

5.6 Método lineal equivalente

Este utiliza valores iniciales de propiedades como módulo cortante y la razón de amortiguamiento, originalmente asignada a cada una de las capas del suelo analizadas, se resuelve el sistema mediante análisis lineal, calculando las deformaciones cortantes máximas.
Estos desplazamientos máximos son reducidos a deformaciones efectivas, lo que permite calcular los nuevos valores de las propiedades de rigidez y amortiguamiento, compatibles con las curvas de variación de G y de la capa de suelo particular. El procedimiento se repite hasta que la diferencia entre los valores calculados sea menor que cierto porcentaje de error o exceda un número prefijado de iteraciones.

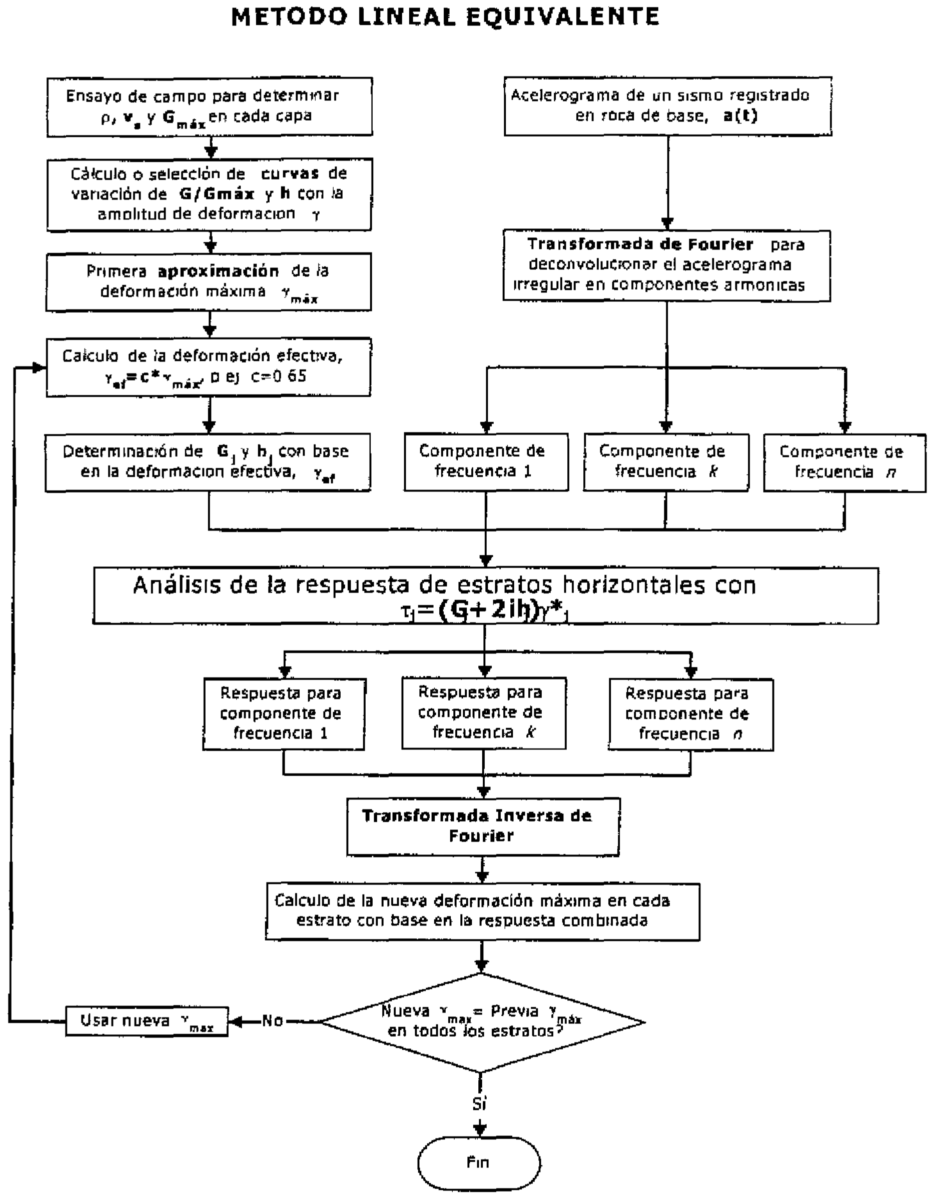

Figura 5.3: Diagrama de flujo del análisis lineal equivalente que utiliza el programa SHAKE

La figura 5.3 presenta un esquema de la metodología del análisis lineal equivalente. Este procedimiento lo ejecuta el programa SHAKE para la obtención de los resultados. Sin embargo como todo análisis teórico presenta las siguientes limitaciones:

1. Subestima las ordenadas del espectro en las zonas de períodos cortos.

2. Sobre-estima los valores espectrales de aceleración.

3. El método puede tener problemas de convergencia.

5.7 Método de solución exacta

La solución "exacta" del problema utiliza un módelo discretizado de suelo, donde a cada elemento se le ha asignado una ley constitutiva no lineal de esfuerzo-deformación. La solución se obtiene mediante la integración directa de las ecuaciones no lineales del movimiento.